2021年9月29日星期三 下午1:09

Tutorial II

Bowen Dai

1. Limit

① Rationalize

$$\sqrt{x+k}-\sqrt{x}=\frac{k}{\sqrt{x+k}+\sqrt{x}}$$

factorization of polynomial

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$(\sqrt[3]{A}-\sqrt[3]{B}=\cdots)$

$$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$$

$(\sqrt[n]{A}-\sqrt[n]{B}=\cdots)$

$\infty+\infty=\infty$

$\infty-\infty$

② $\frac{f(x)}{p(x)}$

if $x\to t$, $\frac{\cdots}{\infty}=\frac{f(t)}{p(t)}$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+1}{2x^3+7}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{1}{x^3}\to 0}{2+\frac{7}{x^3}\to 0}=\frac{1}{2}$$

③ Factorization

$\frac{0}{0}$ $\frac{\cancel{x^2+2x+3}\ x^2+4x+3}{x^2-1}=\frac{\cancel{(x+1)}(x+3)}{\cancel{(x+1)}(x-1)}$

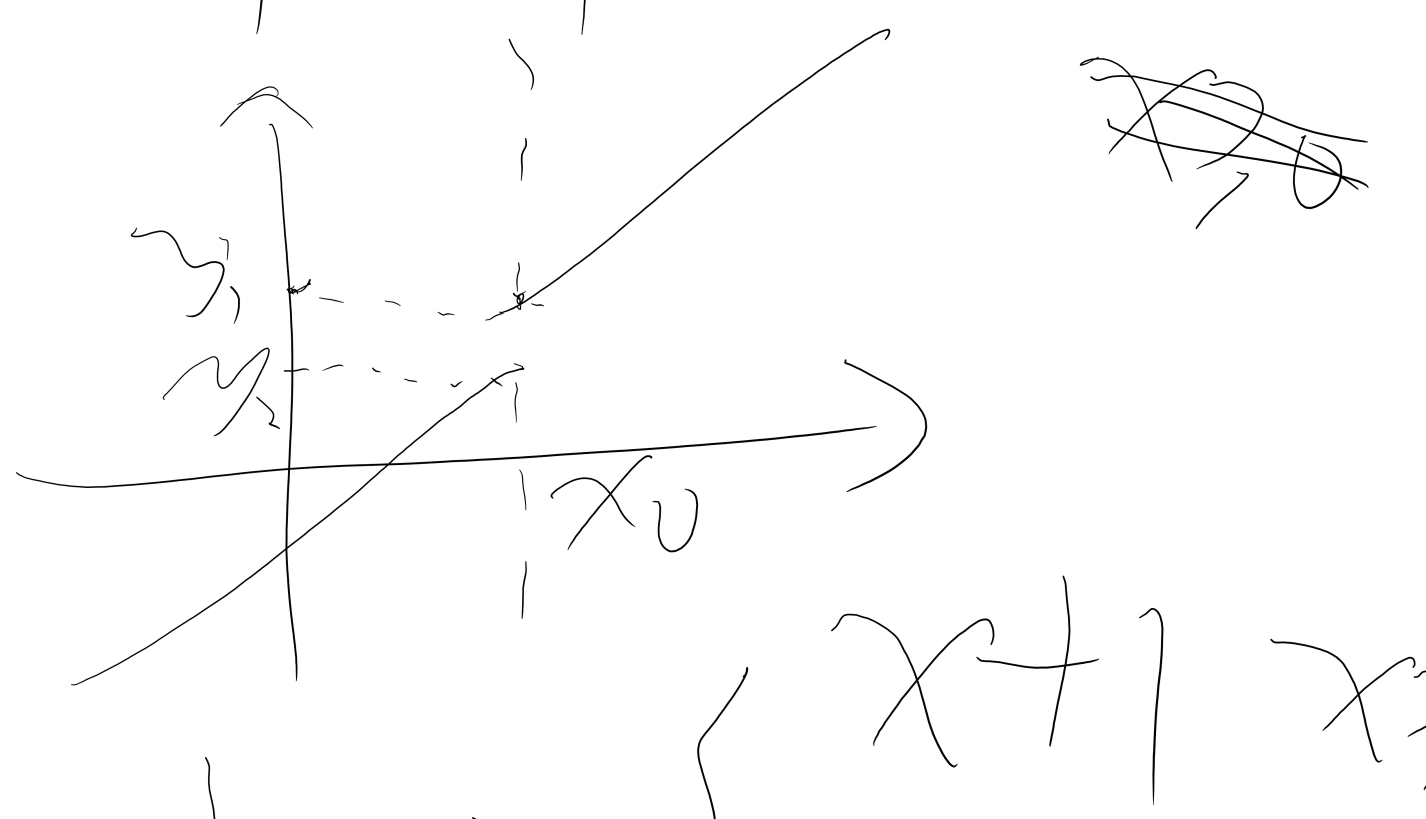
$x\to-1$ $=\frac{x+3}{x-1}=\frac{-1+3}{-1-1}=-1$

2. Continuous

Def: $f(x)$ x_0

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$$

$$\lim_{x\to x_0^-}f(x)=\lim_{x\to x_0^+}f(x)$$



Eg: $f(x)=\begin{cases}x+1 & x\geq 0\\ x^2-k & x<0\end{cases}$

$f(x)$ in $\mathbb{R}$ ($\mathbb{R}$)

Then $k=?$

$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}(x+1)=1$$

$$\lim_{x\to0^-}f(x)=\lim_{x\to0^-}(x^2-k)=0-k=-k$$

$\Rightarrow -k=1\Rightarrow k=-1$

typo: $\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x}$ for 1(b)